

## Examen de Choix de Portefeuille – M1

Christophe Boucher

### **Exercice 1** (6 points)

Soit les fonctions d'utilité exponentielle et logarithmiques suivantes :

$$u(x) = -e^{-r^W}$$

et

$$v(x) = 2 \ln W$$

- 1) Définissez de manière générale (formule et explications) les coefficients a) d'aversion absolu pour le risque, b) d'aversion relative pour le risque, c) de prudence, d) de tempérance et e) d'anxiété.
- 2) Calculez ces différents coefficients d'attitude face au risque pour les deux fonctions d'utilité présentées
- 3) Considérons trois fonds actions françaises dont l'historique des rendements annualisés est décrit dans le tableau suivant :

	Fonds A	Fonds B	Fonds C
Moyenne	12%	18%	18%
Ecart type	16%	24%	24%
Coefficient d'asymétrie	0,002	0,018	0,345
Coefficient d'aplatissement	2,975	3,024	3,025
P-value de la statistique de Jarque-Berra	0,672	0,231	0,008

3.1) L'analyse moyenne-variance est-elle adaptée pour construire un portefeuille à partir de ces trois fonds. Expliquez ?

3.2) Un investisseur caractérisé par la fonction d'utilité exponentielle présentée précédemment préfère-t-il le fonds B ou le fonds C s'il doit investir l'intégralité de son portefeuille dans un seul de ces deux fonds ? Expliquez

### Exercice 2 (8 points)

Soit trois actifs caractérisés par :

Titre	Rendement espéré en %
1	11
2	9
3	42

La matrice de variance-covariance est la suivante :

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0,0064 & 0,00336 & 0,011088 \\ 0,00336 & 0,0049 & 0,008316 \\ 0,011088 & 0,008316 & 0,1089 \end{pmatrix}$$

Il n'y a pas d'actif sans risque.

- 1) Posez le programme d'optimisation (sans le résoudre)
- 2) Donnez la composition des portefeuilles efficients d'espérance de rendement 0 et 1.
- 3) Donnez la structure du portefeuille efficient d'espérance de rendement 19,55%.
- 4) Donnez l'équation de la frontière efficiente et interprétez là.
- 5) Un actif sans risque de rendement 4% est introduit, donnez l'équation de la nouvelle frontière efficiente en utilisant l'équation de la frontière efficiente sans actif sans risque. Quel est l'effet de l'introduction d'un actif sans risque sur les portefeuilles possibles.

Annexe :

$$A = \bar{R}^T \Omega^{-1} \bar{1} = 19,493$$

$$B = \bar{R}^T \Omega^{-1} \bar{R} = 2,6957$$

$$C = \bar{1}^T \Omega^{-1} \bar{1} = 242,25$$

$$D = BC - A^2 = 273,09$$

$$g = \frac{B\Omega^{-1}\bar{1} - A\Omega^{-1}\bar{R}}{D} = \begin{pmatrix} 0,2983 \\ 0,9925 \\ -0,2908 \end{pmatrix}$$

$$h = \frac{C\Omega^{-1}\bar{R} - A\Omega^{-1}\bar{1}}{D} = \begin{pmatrix} 1,0826 \\ -4,0473 \\ 2,9647 \end{pmatrix}$$

**Exercice 3** (6 points)

Il existe un actif sans risque dont le rendement est de 4%

A partir des données de l'exercice précédent :

- 1) Recalculez le portefeuille de marché
- 2) Donnez l'équation de la frontière efficiente dans le cas où l'actif sans risque existe (sans passer par la détermination de la frontière efficiente sans actif sans risque). Que représente cette frontière ?
- 3) Comment composez-vous votre portefeuille pour obtenir un rendement espéré de votre portefeuille de 8% et quel est le risque de ce portefeuille ?