

Examen de Choix de Portefeuille – M1

Christophe Boucher

Indications :

Calculatrices autorisées, documents personnels interdits ; chiffres arrondis à deux décimales.
Chaque question vaut 1 point sauf les questions 1 (2 points) et 7 (3 points) de l'exercice 1.

Exercice 1 (10 points)

Les stratégestes et analystes de votre société de gestion vous remettent leurs scénarii concernant le prix du pétrole et la performance de deux portefeuilles *Commo+* et *DefenseValue* pour la fin de l'année 2009.

Prix du pétrole	Rendement annuel de Commo+	Rendement annuel de DefenseValue	Probabilité
> 100\$	30%	3%	5%
[75\$, 100\$]	25%	4%	10%
[50\$, 75\$[10%	2%	10%
[25\$, 50\$[4%	5%	35%
<25\$	-4%	1%	40%

1. Calculez la moyenne, l'écart type, la *skewness* et la kurtosis de ces deux portefeuilles (2 points)

Rappel :

$$Sk(\tilde{r}) = E \left[\left(\frac{\tilde{r} - \mu}{\sigma} \right)^3 \right] \quad \text{et} \quad Ku(\tilde{r}) = E \left[\left(\frac{\tilde{r} - \mu}{\sigma} \right)^4 \right]$$

2. Pour lequel de ces deux portefeuilles avez-vous le plus de doute concernant la normalité de la distribution des rendements ? Justifiez votre réponse. Quelle statistique (vue en cours) vous permettrait de tester l'hypothèse de normalité ? Comment est-elle construite (formule ou statistiques composant la formule) ?
3. Calculez la VaR 95% à un an selon la méthode paramétrique pour les deux portefeuilles (cf. table de la loi normale centrée réduite en annexe).

4. Pourquoi la méthode paramétrique paraît délicate à mettre en œuvre dans le cas présent ? Quelle correction pourriez-vous lui apporter (formule non nécessaire) ? Expliquez
5. Quelles sont les limites de la VaR comme mesure de risque ?
6. Intuitivement, si vous devez mener une analyse des facteurs gouvernant les rendements du portefeuille Commo+, quels facteurs introduisez-vous dans l'analyse ? Quel type de modèle d'évaluation paraît le plus adapté pour modéliser ces facteurs ?
7. Vous souhaitez étudier plus en détail le style de ces deux portefeuilles, quelles analyses demandez-vous à votre département quantitatif. Présentez, les avantages et limites de ces analyses, après avoir défini les principaux styles retenus par l'industrie financière (3 points).

Exercice 2 (6 points)

Soient les caractéristiques de trois portefeuilles :

Probabilité			Rendement
A	B	C	
0,2	0,1	0	5%
0,3	0,3	0,4	6%
0,4	0,2	0,3	7%
0,1	0,3	0,2	8%
0	0,1	0,1	9%

Quel portefeuille préférez-vous ?

1. Selon le critère de la dominance stochastique d'ordre 1
2. Selon le critère de la dominance stochastique d'ordre 2
3. Selon le critère de Roy avec un rendement minimum de 6%
4. Selon le critère de Kataoka avec une probabilité de 10%
5. Selon le critère de Telser avec rendement minimum de 6% et une probabilité de 10%
6. Selon le critère de la moyenne géométrique

Exercice 3 (4 points)

Soit trois actifs caractérisés par :

Titre	Rendement espéré en %
1	11
2	9
3	42

La matrice de variance-covariance est la suivante :

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0,0064 & 0,00336 & 0,011088 \\ 0,00336 & 0,0049 & 0,008316 \\ 0,011088 & 0,008316 & 0,1089 \end{pmatrix}$$

Il n'y a pas d'actif sans risque.

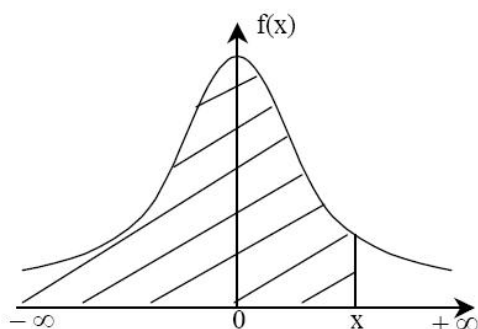
- 1) Donnez la composition des portefeuilles efficients d'espérance de rendement 0% et 100%.
- 2) Donnez la structure du portefeuille efficient d'espérance de rendement 19,55%.
- 3) Donnez l'équation de la frontière efficiente et interprétez là.
- 4) Un actif sans risque de rendement 4% est introduit, donnez l'équation de la nouvelle frontière efficiente en utilisant l'équation de la frontière efficiente sans actif sans risque. Quel est l'effet de l'introduction d'un actif sans risque sur les portefeuilles possibles.

Annexe 1 :

$$\begin{aligned} A &= \bar{R}^T \Omega^{-1} \bar{1} = 19,493 \\ B &= \bar{R}^T \Omega^{-1} \bar{R} = 2,6957 \\ C &= \bar{1}^T \Omega^{-1} \bar{1} = 242,25 \\ D &= BC - A^2 = 273,09 \end{aligned} \quad \begin{aligned} g &= \frac{B\Omega^{-1}\bar{1} - A\Omega^{-1}\bar{R}}{D} = \begin{pmatrix} 0,2983 \\ 0,9925 \\ -0,2908 \end{pmatrix} \\ h &= \frac{C\Omega^{-1}\bar{R} - A\Omega^{-1}\bar{1}}{D} = \begin{pmatrix} 1,0826 \\ -4,0473 \\ 2,9647 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Loi Normale centrée réduite

Probabilité de trouver une valeur inférieure à x .



$$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

X	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998